Пусть есть факторизация (разложение на простые множители) числа а

а=d1α1 \* d2α2 \* d3α3 \*… \*dnαn , где di– простое число.

Тогда количество делителей равно (α1+1) (α2+1) (α3+1)… (αn+1) (то есть мы каждый простой множитель берем либо 0, либо 1, либо 2 … либо αi раз, т.е. (αi +1) вариантов для каждого).

Нам известно количество делителей: 210.

Пусть искомое число состоит из k простых чисел. Очевидно, что это первые k простых, т.к. иначе оно не будет минимальным.

210 делится только на степени двойки, тогда степени простых чисел могут быть   
2i -1, т.е. 1,3,7,15,31 и т.д.

Докажем, что 2\*3\*5\*7\*11\*13\*17\*19\*23\*29 – оптимальный ответ (если нет – улучшим его).

1.Пусть присутствует степень 15. Докажем, что нет x15, где х>2.

215\*3\*5\*7\*11\*13\*17 : 2\*3\*5\*7\*11\*13\*17\*19\*23\*29

214 : 19\*23\*29

16384>12673 Не оптимально

2.Пусть присутствует степень 7.

27\*3\*5\*7\*11\*13\*17\*19 : 2\*3\*5\*7\*11\*13\*17\*19\*23\*29

26 : 23\*29

26<23\*29 Значит, степень 7 быть может.

Значит, оптимальный ответ сейчас : 27\*3\*5\*7\*11\*13\*17\*19

Проверим 37.   
27\*37\*5\*7\*11\*13 : 27\*3\*5\*7\*11\*13\*17\*19

36>17\*19

Значит, 37 не подходит. И нет числа больше 3, которое может быть взято со степенью 7.

3.Проверим 33.

27\*3\*5\*7\*11\*13\*17\*19 : 27\*33\*5\*7\*11\*13\*17

19 : 32

19>9

То есть мы нашли более оптимальный вариант : 27\*33\*5\*7\*11\*13\*17

4. Проверим 53.

27\*33\*5\*7\*11\*13\*17 : 27\*33\*53\*7\*11

5\*13 : 53

13:25

13<25

Значит, нет чисел >=5 со степенью 3.

Следовательно, минимальное натуральное число, имеющее 210 делителей равно 27\*33\*5\*7\*11\*13\*17.

Ответ: d(27\*33\*5\*7\*11\*13\*17)=210